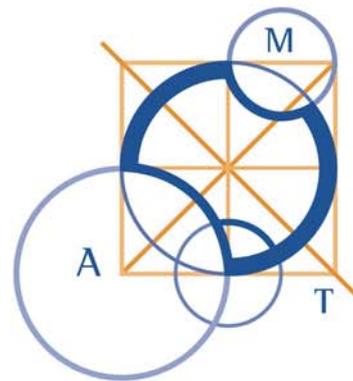


AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

AN ACTIVITY OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST



SATURDAY 6 AUGUST 2011

SENIOR DIVISION COMPETITION PAPER

高級卷（11—12 年級）

考試時間：75 分鐘

注意事項

一般規定

1. 未獲監考老師許可之前不可翻開此測驗題本。
2. 各種通訊器材一律不得攜入考場，不准使用電子計算器、計算尺、對數表、數學公式等計算器具。作答時可使用直尺與圓規，以及兩面全空白的草稿紙。
3. 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
4. 最前 25 題為選擇題，每題有五個選項。最後 5 題要求填入的答案為 000 至 999 的正整數。題目一般而言是依照越來越難的順序安排，對於錯誤的答案不會倒扣分數。
5. 本活動是數學競賽而不同於學校測驗，別期望每道題目都會作。考生只與同地區同年級的其他考生評比，因此不同年級的考生作答相同的試卷將不作評比。
6. 請依照監考老師指示，謹慎地在答案卡上填寫您的基本資料。若因填寫錯誤或不詳所造成之後果由學生自行負責。
7. 進入試場後，須等待監考老師宣佈開始作答後，才可以打開題本進行答題。

作答須知

1. 限用 B 或 2B 鉛筆填寫答案。
2. 請用 B 或 2B 鉛筆在答案卡上將您認為正確選項的圓圈塗滿（不是在題本上）。
3. 您的答案卡將由電腦閱卷，為避免電腦誤判，請不要在答案卡上其他任何地方塗劃任何記號。填寫答案卡時，若需要修改，可使用軟性橡皮小心擦拭，並確定答案卡上無殘留痕跡。

特別約定

為確保競賽之公平性及認證成績優異學生，AMC 主辦單位保留要求考生重測之權利。

高級卷(11-12 年級)

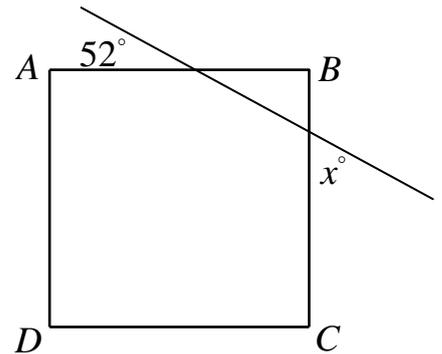
1-10 題，每題 3 分

1. 表達式 $3x(x-4)-2(5-3x)$ 等於
(A) $3x^2-3x-14$ (B) $3x^2-6x-10$ (C) $3x^2-18x+10$
(D) $3x^2-18x-10$ (E) $9x^2-22x$
-

2. 有位教練發現在他的俱樂部中平均每 5 位會員就有 2 位現就讀於大學。若他的俱樂部中共有 12 位大學生，請問此俱樂部共有多少位會員？
(A) 20 (B) 24 (C) 30 (D) 36 (E) 60
-

3. 算式 $14 \div 0.4$ 等於
(A) 3.5 (B) 35 (C) 5.6 (D) 350 (E) 0.14
-

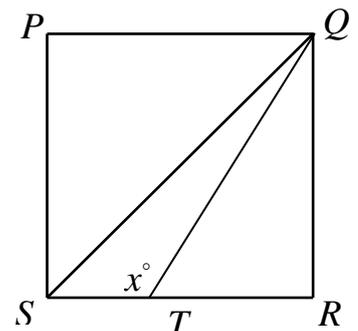
4. 右圖中， $ABCD$ 是個正方形。請問 x 之值為何？
(A) 142 (B) 128 (C) 48
(D) 104 (E) 52



5. 請問下列哪一項之值最大？
(A) 210 (B) 2^{10} (C) 10^2 (D) 20^1 (E) 21^0
-

6. 已知 m 、 n 為正整數且 $mn=100$ ，則 $m+n$ 之值不可能等於
(A) 25 (B) 29 (C) 50 (D) 52 (E) 101
-

7. 在正方形 $PQRS$ 中，點 T 在 RS 上使得 $QT=2RT$ 。請問 x 之值等於什麼？
(A) 100 (B) 110 (C) 120
(D) 150 (E) 160



8. 在我住家附近，90%的房屋用途為住宅、10%的房屋用途為商店，而這些住宅中的10%待售、這些商店中的30%待售。請問待售的房屋中，用途為住宅的房屋所佔的百分比是什麼？

(A) 9% (B) 80% (C) $33\frac{1}{3}\%$ (D) 75% (E) 25%

9. 算式 $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{2 + 4 + 8}$ 之值等於

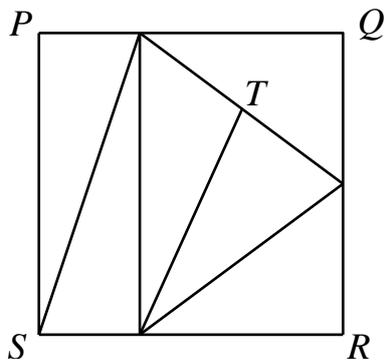
(A) 16 (B) 4 (C) 1 (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{16}$

10. 小安的晨間運動包括以 5 km/h 的速度行走 1 km；以 10 km/h 的速度慢跑 3 km；再以 6 km/h 的速度快走 2 km。請問完成她的晨間運動需費時多久？

(A) 30 分鐘 (B) 35 分鐘 (C) 40 分鐘
(D) 45 分鐘 (E) 50 分鐘

11-20 題，每題 4 分

11. 下圖中，正方形 $PQRS$ 之邊長為 12 單位，它被分割為等面積的六個三角形。



請問點 T 到邊 PQ 的距離為多少單位？

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) $\sqrt{5}$

12. 將首六個質數分別寫在一張卡片上。將這些卡片打亂然後再從中選取兩張。請問這兩張卡片上的數之和是質數的機率為多少？

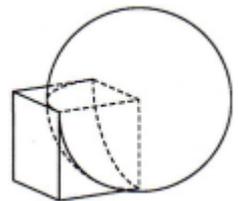
(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{6}$

13. 兩位遊客沿著一條平坦的路徑各自以 4 km/h 的速度行走，他們之間的距離為 12 km。當每位遊客遇到登山的斜坡路時，他們都各自以 3 km/h 的速度爬坡。



當兩位遊客都在爬坡時，請問他們之間的距離為多少 km？

- (A) 16 (B) 12 (C) 10 (D) 9 (E) 8
-
14. 在 $56 \text{ cm} \times 98 \text{ cm}$ 的矩形內部畫出一些與矩形的邊平行的直線，使得這些直線連接矩形的兩條對邊且將矩形分割成許多正方形。請問至少要畫多少條這樣的直線？
- (A) 3 (B) 9 (C) 11 (D) 20 (E) 75
-
15. 請問使得 $n^2 + 2011$ 成為一個完全平方數的正整數 n 之數碼和等於多少？
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
-
16. 某公司的職員中，在星期一有 15 位騎車上班、在星期二有 12 位騎車上班、在星期三有 9 位騎車上班。若在這三天中共有 22 位職員至少有一天騎車上班，請問此公司至多有多少位職員在這三天都騎車上班？
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
-
17. 請問共有多少個整數 n 使得 $n^2 - 6n + 8$ 之值為正質數？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 無限多
-
18. 已知 $x^2 - 9x + 5 = 0$ ，則 $x^4 - 18x^3 + 81x^2 + 42$ 等於
- (A) 5 (B) 25 (C) 42 (D) 67 (E) 81
-
19. 已知半徑為 1 的球之球心正好是一個邊長為 1 的正立方體之一頂點。請問這兩個立體合併在一起所佔的體積等於多少？
- (A) $\frac{7\pi}{6} + 1$ (B) $\frac{7\pi}{6} + \frac{5}{6}$ (C) $\frac{7\pi}{6} + \frac{4}{3}$
 (D) $\frac{7\pi}{8} + 1$ (E) $\pi + 1$



20. 在一場賽五盤的網球決賽中(先贏得三盤者勝)，小捷每盤獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ 。
請問小捷贏得此場比賽的機率為多少？
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{190}{243}$ (C) $\frac{8}{9}$ (D) $\frac{19}{27}$ (E) $\frac{64}{81}$

21-25 題，每題 5 分

21. 請問有多少個三位數可以被寫成為三個兩位數(不必全相異)的和？
(A) 194 (B) 198 (C) 204 (D) 287 (E) 296
22. 將一張矩形的紙張沿一條直線摺疊，使得矩形的一個頂點落在另一個頂點之上。已知摺成的圖形中，60%的面積有兩層紙、40%的面積只有一層紙。請問原來矩形紙張的長邊與短邊之比是什麼？
(A) 3 : 2 (B) 5 : 3 (C) $\sqrt{2} : 1$ (D) 2 : 1 (E) $\sqrt{3} : 2$
23. 有一隻怪脾氣的蜘蛛，住在一個邊長為 1 m 的封閉正立方體盒子內部的某個頂點上。這隻蜘蛛不打算離家超過 $\sqrt{2}$ m(依在盒子表面的最短路徑計量)。請問在此盒子表面中，這隻蜘蛛從未造訪區域的面積所佔的比例(以百分率計)最接近什麼？
(A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 35% (E) 50%

24. 函數 f 、 g 、 h 之定義為：

$$f(x) = x + 2$$

$$g(0) = f(1)$$

$$g(x) = f(g(x-1)) \quad \text{當 } x \geq 1$$

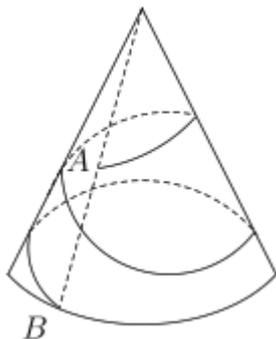
$$h(0) = g(1)$$

$$h(x) = g(h(x-1)) \quad \text{當 } x \geq 1$$

求 $h(4)$ 之值。

- (A) 61 (B) 117 (C) 123 (D) 125 (E) 313

25. 有一個圓錐體的底之直徑為 1 單位，斜高為 3 單位。點 A 位於圓錐側邊的中點，有一條細線纏繞此圓錐二圈最後到達點 A 正下方的邊界上的 B 點，接著將此細線拉緊。



請問從點 A 沿著這條拉緊的細線到點 B 之長度為多少單位？

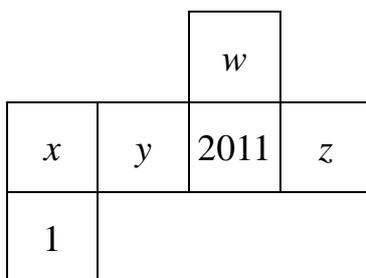
- (A) $\frac{3}{8}(\sqrt{29} + \sqrt{53})$ (B) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 (D) $\frac{9}{4}$ (E) $\frac{3\sqrt{108}}{8}$

問題 26~30 的答案為 000~999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題佔 6 分，第 27 題佔 7 分，第 28 題佔 8 分，
第 29 題佔 9 分，第 30 題佔 10 分。

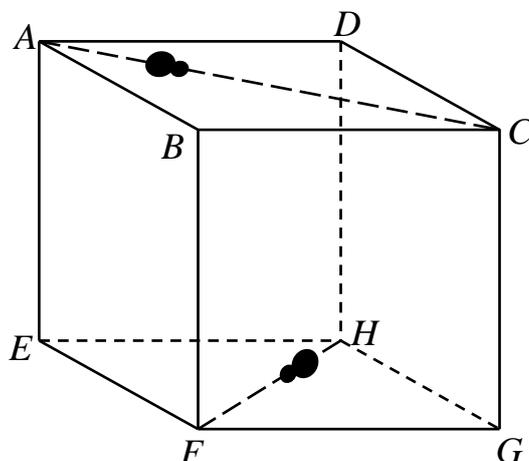
26. 白先生比他的太太大一歲，他們有兩個小孩，其年齡也相差一歲。白先生發現當他在 2011 年生日當天，他的年齡與他太太的年齡之乘積加上他們兩個小孩的年齡所得之值正好等於 2011。若在 13 年前，他也做過相同的計算，請問所得的值是什麼？

27. 下圖為一正立方體的展開圖，分別在其每個表面上寫上一個整數：1、 w 、2011、 x 、 y 、 z 。



已知其中四個數 w 、 x 、 y 、 z 都分別等於與它相鄰的四個表面上的四個數的平均，請問 x 之值為何？

28. 兩隻小蟲分別位於正立方體 $ABCDEFGH$ 的頂點 A 與頂點 H 上，正立方體的邊長為 $40\sqrt{110}$ 。這兩隻小蟲同時出發沿著 AC 與 HF 爬行，已知第一隻小蟲的爬行速度是另一隻小蟲的爬行速度之兩倍。



請問這兩隻小蟲的最短距離是多少？

29. 有六位成員的家庭要拉六個聖誕爆竹。每個人將拉兩個爆竹，且每次都與一位不同的人一起拉。請問共有多少種拉這些爆竹不同的方法？
30. 將一個 40×40 的白色正方形用一些平行於它的邊的直線劃分為 1×1 的小正方形。把其中某些 1×1 的小正方形塗上紅色，使得與每一個 1×1 正方形(無論是否被塗上紅色)共有一條邊的正方形中至多有一個正方形是紅色的。請問這個大正方形中至多能有多少個小正方形塗上紅色？
