

TRML 團體賽-2010

1. 設 $P(2,1)$ 、 $Q(4,-6)$ 及 $R(6,1)$ 分別為圓 C 的三條半徑之中點。試求圓 C 的半徑長。
2. 三質點 A 、 B 、 C 在一圓周上，同向作等速圓周運動，質點 A 每分鐘繞一圈，質點 B 每 11 分鐘繞一圈，質點 C 每 29 分鐘繞一圈。在某一時刻三質點剛好會合在一起，試問下一次三質點剛好會合在一起，需多少時間？
3. 試求方程式 $\sqrt{x+\frac{2}{x}+20} + \sqrt{x+\frac{2}{x}+12} = 2x$ 所有的實數解。
4. 設某六邊形的三組對邊相互平行，且其邊長依序為 4、6、8、6、4、10。試求此六邊形的面積。
5. 若正整數 n 的所有正因數之積等於 $2^{18} \times 3^{45}$ ，則 $n = ?$
6. 若 m 是整數，且方程式 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 的兩根都大於 $-\frac{9}{5}$ 而小於 $\frac{3}{7}$ ，則 $m = ?$
7. 設 S 表示在 xy 平面中，滿足 $-x^3 \leq y \leq x^3$ ，且 $x \geq 0$ 的格子點所形成的集合。將集合 S 中元素按下述規則編號：格子點 $(0,0)$ ， $(1,-1)$ ， $(1,0)$ ， $(1,1)$ ， $(2,-8)$ ， $(2,-7)$ ， \dots ，分別對應於編號 1，2，3，4，5，6， \dots ，即 x 坐標較小者對應於較小的編號；當 x 坐標相等時， y 坐標較小者對應於較小的編號。試求集合 S 中格子點 $(10,45)$ 的編號。
8. 設 $T = \{2^n - n^2 \mid n \text{ 為正整數}, 1 \leq n \leq 2010\}$ 。試問 T 中有多少個數是 7 的倍數？
9. 若 $\triangle ABC$ 的三中線長分別為 5、 $\sqrt{73}$ 、 $2\sqrt{13}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
10. 若 a, b, c, d 為等差數列，且實數 x, y, z, w 滿足
$$\begin{cases} a + b + c + d = 50 \\ x + y + z + w = 10 \\ ax + by + cz + dw = 100 \end{cases}, \text{ 則}$$
$$aw + bz + cy + dx = ?$$

TRML 團體賽-2010

1	$\frac{53}{7}$
2	159.5
3	$\frac{5+\sqrt{17}}{2}$
4	$57\sqrt{3}$
5	972
6	4
7	5106
8	575
9	24
10	150