

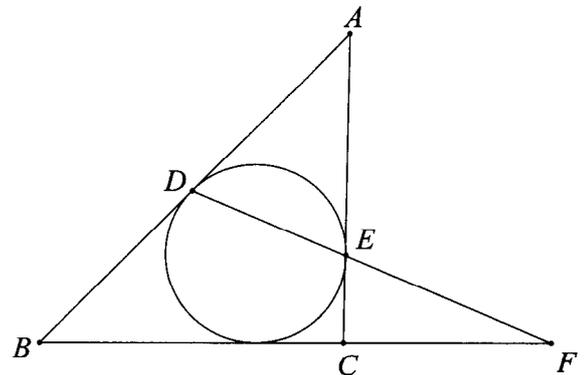
TRML 個人賽-2010 第一回

1. 已知直線 $L_1: y = \frac{4}{3}x + 4$ 分別交 x 軸、 y 軸於 A 、 B 兩點。若 $L_2: x + by + c = 0$ 為 $\angle BAO$ 的角平分線，其中 O 為原點， b 、 c 為整數，則 $b + c = ?$
2. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 時有最大值 4，且 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根 α 、 β 滿足 $|\alpha| + |\beta| = 2$ ，則 $a = ?$
3. 某一正整數的每一位數字都是 1，若此數可被 33333 整除，則此數至少是幾位數？

TRML 個人賽-2010 第二回

4. 速食店的快樂兒童餐，每份餐都附送一個玩具，共有四種不同的玩具，現在有 7 個人，每人都買了 1 份快樂兒童餐。假設每種玩具出現的機率皆相同，試問每種玩具至少有一個的機率為何？
5. 設 p 為滿足下列條件的質數：
有一整係數多項式函數 $f(x)$ 使得 $f(12) = 2010$ ， $f(p) = 1879$ 。
試求所有這種質數 p 的和。

6. 如圖所示， $\triangle ABC$ 的內切圓分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相切於 D 、 E 兩點， \overline{DE} 的連線與邊 \overline{BC} 的延長線交於點 F 。已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，試求 \overline{CF} 。



TRML 個人賽-2010 第三回

7. 設凸四邊形 $ABCD$ 中， $\triangle ABC$ 為邊長等於 13 的正三角形， $\overline{CD}=8$ ， $\overline{DA}=7$ 。試求 \overline{BD} 。

8. 設數列 $\{x_n\}$ 滿足 $x_1=1$ ，且對任意正整數 n ， $x_n - 2x_n x_{n+1} - x_{n+1} = 0$ 均成立。試求 $\sum_{k=1}^{100} x_k x_{k+1}$ 之值。

9. 在坐標空間中，求點 $(5,6,2)$ 對於平面 $2x+3y+4z=7$ 的對稱點。

TRML 個人賽-2010 第四回

10. 設 α 為方程式 $\log_3 x = -x+3$ 的實根， β 為方程式 $3^x = -x+3$ 的實根。試求 $(\log_3 \alpha) + 3^\beta$ 之值。

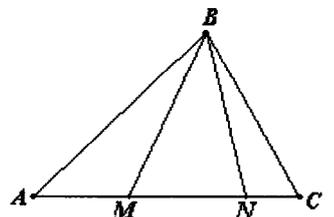
11. 若 $(1+x)(1+2x^3)(1+3x^9)(1+4x^{27})(1+5x^{81})$ 的展開式，依升幂排列為

$1+b_1x^{a_1}+b_2x^{a_2}+b_3x^{a_3}+\cdots+b_{31}x^{a_{31}}$ ，其中 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 是兩個正整數的數列，且 $1=a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_{31}$ ，

則 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{31}=?$

12. 如圖所示，若在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABM = \angle CBN$ ， $\overline{BC}=15$ ， M 和 N 是 \overline{AC} 上

兩點使得 $\overline{AM}=9$ ， $\overline{MN}=11$ 和 $\overline{CN}=5$ ，則 $\overline{AB}=?$



TRML 個人賽-2010 第一回

I-1	1
I-2	-4
I-3	15

TRML 個人賽-2010 第二回

I-4	$\frac{525}{1024}$
I-5	24
I-6	3

TRML 個人賽-2010 第三回

I-7	15
I-8	$\frac{100}{201}$
I-9	(1, 0, -6)

TRML 個人賽-2010 第四回

I-10	3
I-11	1936
I-12	$\frac{45}{2}$